

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SESTO APPELLO (04-09-2017)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3+x^2} - \sqrt{1+x^3-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x^4 - x^2 + \ln(1+x^2).$$

In particolare si determini il dominio della funzione, si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava, si studi l'esistenza di eventuali asintoti e se ne disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. [5+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix},$$

- (3.1) si dimostri che il determinante di A si annulla;
- (3.2) si discuta se esista la trasposta di A e in caso affermativo la si calcoli;
- (3.3) si discuta se esista l'inversa di A e in caso affermativo la si calcoli;
- (3.4) si determinino gli autovalori di A ;
- (3.5) si determini un autovettore di A .

FACOLTATIVO: si determinino gli altri autovettori di A .

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 2, -1)$ e $\vec{w} = (-2, -4, 2)$,

- (4.1) si determini il vettore $\vec{a} = 4\vec{v} - \vec{w}$;
- (4.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;
- (4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$;
- (4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si discuta se i vettori $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{a}$ sono linearmente indipendenti. E i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$?

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^\pi \sin x \cos x e^{\sin x} dx.$$

ESERCIZIO 6. [3+2] Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}.$$

- (6.1) Se ne trovi il dominio D .
- (6.2) Si mostri che la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ non è suriettiva.
- (6.3) Si mostri che la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ è iniettiva.

FACOLTATIVO: si trovi un sottoinsieme J di $\mathbb{R}$ tale che $f : D \rightarrow J$ sia suriettiva.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**