

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SESTO APPELLO (14-09-2018)

ESERCIZIO 1. [5+2] Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+e^x} - \sqrt{2+x}}{(1+x^2)^2 - (1-x^2)^2}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{3x^3 + x}{1 + x^2}.$$

In particolare (i) se ne determini il dominio, (ii) si discuta dove è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava, (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti e (v) se ne disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. [4+3] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (0, 2, 1)$ e $\vec{w} = (6, 3, -6)$,

(3.1) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.2) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$;

(3.3) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

(3.4) si calcoli il prodotto misto $\vec{v} \cdot \vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: Si scriva l'equazione del piano che contiene i due vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

ESERCIZIO 3. [3+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

(4.1) si verifichi che la matrice è singolare e se ne deduca che uno degli autovalori è $\lambda = 0$;

(4.2) se ne calcolino gli autovalori.

FACOLTATIVO: si calcoli l'autovettore corrispondente all'autovalore $\lambda = 0$.

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{1+x^{1/3}}{x^2} dx.$$

ESERCIZIO 6. [3+2] Si consideri la funzione $f(x) = x + |x|$.

(i) se ne determini il dominio D_f e si calcolino esplicitamente i valori $f(-1)$, $f(0)$ e $f(1)$;

(ii) si dimostri che $f(x) \geq 0 \forall x \in D_f$;

(iii) si determini il sottoinsieme di D_f in cui $f(x)$ è costante.

FACOLTATIVO: si studi per quali $x \in D_f$ la funzione $f(x)$ è continua e per quali $x \in D_f$ è differenziabile.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**