

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SETTIMO APPELLO (06-11-2017)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + \ln(1+x)}{(1-x^2)^2 - (1+x^2)^2}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = 1 + x + \frac{2}{x} + x^3.$$

In particolare: (i) si determini il dominio; (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (iii) si discuta dove è convessa o concava; (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti; (v) si disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 13 & 2 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli $\det A$ e se ne deduca che 0 è un autovalore di A ;

(3.2) si determinino gli altri autovalori di A ;

(3.3) si determini l'autovettore di A associato all'autovalore 0;

(3.4) si calcoli la matrice $B = A^2 - 2A$ e si verifichi che $B^2 = 0$, dove 0 è la matrice nulla.

FACOLTATIVO: si determinino gli altri autovettori di A .

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (3, 3, 2)$ e $\vec{w} = (1, 1, 1)$,

(4.1) si determini il vettore $\vec{a} = \vec{v} - 2\vec{w}$;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si discuta se i vettori \vec{v} , \vec{w} e \vec{a} sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 4. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int x e^{\sqrt{x}} dx.$$

ESERCIZIO 4. [4+4] Data la funzione

$$f(x) = |x^2 - 1| - x|x|,$$

(6.1) si determini dove la funzione è continua;

(6.2) si determini per quali x la funzione è positiva;

(6.3) si determini per quali x la funzione è costante;

(6.4) si determini per quali x la funzione è derivabile.

FACOLTATIVO: si disegni il grafico delle funzione.

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.

Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.