

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SETTIMO APPELLO (08-11-2016)

ESERCIZIO 1. [5+2] Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^2} - e^x - x^2}{x^3}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = -\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x} + x.$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (2, 1, 4)$ e $\vec{w} = (2, 2, 6)$,

(4.1) si determinino i vettori $\vec{a} = 3\vec{v} - 2\vec{w}$ e $\vec{b} = \vec{v} + \vec{w}$;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si discuta se i vettori \vec{a} e \vec{b} sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 4. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix},$$

(4.1) si calcolino gli autovalori di A ;

(4.2) si calcolino gli autovettori di A ;

(4.3) si verifichi che gli autovettori di A sono ortogonali.

FACOLTATIVO: si calcoli l'inversa di A .

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int x (\ln x)^2 dx.$$

ESERCIZIO 6. [4+2] Si consideri la funzione $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = x - \frac{1}{x^2} + x^2 + \ln(e^x + 1).$$

(6.1) Si studi il segno della derivata $f'(x)$;

(6.2) si mostri che $f(x)$ è iniettiva;

(6.3) si mostri che $f(x)$ è suriettiva.

FACOLTATIVO: si discuta quanti zeri della funzione $f(x)$ esistono nell'intervallo $(0, 1)$.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**