

MAT1 - Matematica 1

PRIMA PROVA D'ESONERO - COMPITO A (14-11-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si determini il dominio di due delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f_1(x) &= \sin\left(\frac{x+1}{x^2-6x+5}\right), \\f_2(x) &= \sqrt{x^2(2-x^2)(x^2-1)}, \\f_3(x) &= \ln\left(\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x}\right).\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si determini il dominio dell'altra funzione.

ESERCIZIO 2. [4+2] Si considerino le funzioni $g, h : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ definite da

$$g(x) = 1 - x^3, \quad h(x) = \sqrt{1-x}.$$

Si studi se le funzioni sono monotone, iniettive e suriettive.

FACOLTATIVO: Si discuta se si può definire la funzione composta $f = h \circ g$ da $[0, 1]$ a $[0, 1]$, si determini se è biunivoca e, in caso, se ne calcoli l'inversa.

ESERCIZIO 3. [4+2] Si calcolino le derivate prime delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f_1(x) &= \ln(e^x + e^{-2x}), \\f_2(x) &= \operatorname{arctg}\left(\frac{x-4}{x+6}\right).\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si calcolino le derivate seconde delle due funzioni.

ESERCIZIO 4. [4+2] Si calcoli uno dei due seguenti limiti:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+2x) + e^{x-2x^2} - \cos x}{e^{x^2} - e^{-x^2}}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{3x} - 2e^{x^2} - 6\sin x - 7x^2}{3\sin x - \sin(3x)}.\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si calcoli anche l'altro limite.

ESERCIZIO 5. [4+2] Si discuta dove è derivabile la funzione

$$f(x) = x e^{|x|}, \quad x \in [-1, 1].$$

Si calcoli $f'(x)$ ove possibile e si discuta dove è derivabile.

FACOLTATIVO: Si studi la disequazione $f(x) \geq x e^x$ per $x \in [-1, 1]$.

ESERCIZIO 6. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + x + \ln(x+1)^4.$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**