

MAT1 - Matematica 1

SECONDA PROVA D'ESONERO (22-01-2013)

ESERCIZIO 1. [5+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 2, 0)$ e $\vec{w} = (3, 1, 1)$, si calcoli:

- (i) il vettore $4\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{w}$;
- (ii) il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;
- (iii) l'angolo φ compreso tra i due vettori;
- (iv) il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: Si discuta se i due vettori sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 2. [5+2] Nel piano xy sia r la retta di equazione $4x - 3y + 6 = 0$ e P il punto di coordinate $P = (3, 5)$.

- (i) Si determini un vettore $\vec{v}$ parallelo alla retta r .
- (ii) Si determini un vettore $\vec{w}$ ortogonale a $\vec{v}$.
- (iii) Si determini la retta s ortogonale a r e passante per il punto P .
- (iv) Si calcolino le coordinate del punto d'intersezione Q tra le due rette r e s .
- (v) Si calcoli la distanza del punto P dalla retta r .

FACOLTATIVO: Si determini, nello spazio xyz , la distanza del punto $P_1 = (3, 5, 1)$ dalla retta r .

ESERCIZIO 3. [5+1] Date le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

- (i) si calcoli la matrice $M = A + B$,
- (ii) si calcolino le matrici AB e BA e si verifichi che $AB \neq BA$,
- (iii) si determinino gli autovalori e gli autovettori di M ,
- (iv) si diagonalizzi la matrice M .

FACOLTATIVO: Si verifichi che gli autovettori di M sono ortogonali e se ne spieghi il motivo.

ESERCIZIO 4. [6] Si calcoli l'integrale definito:

$$\int_1^2 \frac{x+1}{x^2(x^2+3)} dx.$$

ESERCIZIO 5. [4+3] Si calcoli uno dei due integrali indefiniti:

$$\int \frac{\ln x}{x^3} dx, \quad \int \sin^2 x \cos^5 x dx.$$

FACOLTATIVO: Si calcoli anche l'altro integrale.

ESERCIZIO 6. [5] Si calcoli il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x + e^{-x} \sin x - 2x \cos x}{x - \sin x}$$

utilizzando la formula di Taylor.

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.