

MAT1 - Matematica 1

SECONDA PROVA D'ESONERO (13-01-2016)

ESERCIZIO 1. [5+2] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (2, 2, 1)$ e $\vec{w} = (1, 3, 3)$, si calcolino:

- (i) il vettore $\vec{a} = 3\vec{v} - 2\vec{w}$;
- (ii) il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;
- (iii) l'angolo φ compreso tra i due vettori \vec{v} e \vec{w} ;
- (iv) i prodotti vettoriali $\vec{v} \wedge \vec{w}$, $\vec{a} \wedge \vec{v}$ e $\vec{a} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si individuino due vettori \vec{b} e \vec{c} tali che i vettori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ siano linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 2. [5+2] Nel piano xy sia r la retta di equazione $x + 2y - 4 = 0$ e P il punto di coordinate $(4, 4)$.

- (i) Si determini un vettore \vec{v} parallelo alla retta r ;
- (ii) si determini un vettore \vec{w} ortogonale a \vec{v} ;
- (iii) si determini la retta s ortogonale a r e passante per il punto P ;
- (iv) si calcolino le coordinate del punto d'intersezione Q tra le due rette r e s ;
- (v) si calcoli la distanza del punto P dalla retta r .

FACOLTATIVO: si calcoli l'area del triangolo che ha come vertici il punto Q e i punti A e B in cui le rette r e s , rispettivamente, intersecano l'asse x .

ESERCIZIO 3. [5+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- (i) si calcoli $\det A$ e si discuta se A è invertibile;
- (ii) si calcolino gli autovalori di A ;
- (iii) si calcolino gli autovettori di A .

FACOLTATIVO: si calcolino gli autovalori e gli autovettori di A^2 .

ESERCIZIO 4. [5] Si calcoli il seguente integrale indefinito

$$\int \cos(\ln x) dx.$$

ESERCIZIO 5. [5+2] Si calcoli il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)}$$

FACOLTATIVO: si usi il risultato per calcolare $\int \frac{e^x dx}{(e^{2x} + 4e^x + 4)(e^{2x} + 2e^x + 2)}$.

ESERCIZIO 6. [5] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \ln(1+x) + \ln(1-x+x^2) + \ln(1+x-x^2)}{e^{2x} - 2e^{4x} + e^{6x}},$$

utilizzando la formula di Taylor.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, cognome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**