

Matematica Modulo I

A.A. 2016/2017

Guido Gentile

1. I numeri reali

Richiami sugli insiemi. Numeri naturali, interi, razionali e reali. Asse reale. Cenni sui numeri complessi e sul teorema fondamentale dell'algebra. Radici di un polinomio. Cenni sulla fattorizzazione di un polinomio. Sottoinsiemi e intervalli dell'asse reale.

2. Funzioni reali di variabile reale

Piano cartesiano. Estremo inferiore ed estremo superiore. Modulo di un numero reale. Funzioni. Dominio e codominio di una funzione. Funzioni elementari principali: potenze, funzioni trigonometriche, esponenziali e logaritmi. Equazioni e disequazioni di primo e di secondo grado. Rette e parabole. Grafici delle funzioni elementari principali. Funzioni pari e funzioni dispari. Traslazioni di grafici e loro significato. Funzioni composte. Funzioni inverse. Funzioni trigonometriche inverse. Funzioni elementari.

3. Limiti

Definizione di limite. Limite finito e limite infinito. Limite destro e limite sinistro. Funzioni limitate. Proprietà dei limiti: limite della somma, limite del prodotto, limite del rapporto. Teoremi sui limiti: teorema del confronto e teorema della permanenza del segno. Definizione del numero di Nepero come limite. Limiti notevoli. Infinitesimi.

4. Funzioni continue

Definizione di funzione continua. Funzioni discontinue. Minimi e massimi assoluti di funzioni continue. Teoremi sulle funzioni continue: teorema di Weierstrass e teorema dell'esistenza degli zeri.

5. Funzioni derivabili

Rapporto incrementale. Definizione di derivata. Significato geometrico. Funzioni derivabili. Regole di derivazione. Derivata di una funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivate di ordine qualsiasi. Teoremi sulle funzioni derivabili: teoremi di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Forme indeterminate. Teoremi di de l'Hôpital.

6. Studio del grafico di una funzione

Funzioni monotone: crescenti e decrescenti. Legame con il segno della derivata prima. Punti stazionari, massimi e minimi relativi, punti estremali e punti di flesso orizzontale. Determinazione dei massimi e minimi di una funzione continua. Funzioni convesse e concave. Legame tra la concavità e il segno della derivata seconda. Punti di flesso obliquo. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui. Studio del grafico di una funzione.

7. Vettori nel piano

Vettori nel piano. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di una retta nel piano: equazione di una retta passante per due punti ed equazione di una retta passante per un punto e con direzione assegnata. Vettori linearmente indipendenti. Prodotto scalare. Distanza di un punto da una retta.

8. Vettori nello spazio

Vettori nello spazio. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di una retta nello spazio: equazione di una retta passante per due punti ed equazione di una retta passante per un punto e con direzione assegnata. Vettori linearmente indipendenti. Prodotto scalare. Prodotto vettoriale. Area del parallelogramma individuato da due vettori. Distanza di un punto da un piano.

9. Matrici

Matrici. Matrici quadrate. Somma di matrici. Prodotto di una matrice per un numero reale. Determinante di una matrice quadrata. Prodotto di matrici. Prodotto a destra e prodotto a sinistra. Potenza intera di una matrice quadrata. Matrice trasposta. Matrice inversa. Matrici simmetriche. Polinomio caratteristico. Autovalori e autovettori.

10. Integrali

Somme integrali. Integrali definiti. Significato geometrico dell'integrale definito. Proprietà degli integrali definiti. Primitiva di una funzione. Integrali indefiniti. Teorema fondamentale del calcolo. Integrali di alcune funzioni elementari principali.

11. Metodi di integrazione di funzioni elementari

Metodo di integrazione per sostituzione. Metodo di integrazione per parti. Funzione razionali regolari. Scomposizione di funzioni razionali in elementi semplici. Integrazione degli elementi semplici. Integrazione delle funzioni razionali.

12. Formula di Taylor

Approssimazione di funzioni con polinomi. Formula di Taylor. Formula di MacLaurin. Formula di Lagrange per il resto. Infinitesimi. Formula di Taylor di alcune funzione elementari principali: esponenziale, seno e coseno. Calcolo della formula di Taylor per alcune funzioni elementari.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. GENTILE, *Lezioni di matematica - Modulo I*. Disponibile in rete: <http://www.mat.uniroma3.it/users/gentile/2016-2017/MAT/index.html>, (2016).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [2] N.S. PISKUNOV, *Calcolo differenziale e integrale, Vol. 1*. Editori Riuniti, (1988).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO