

Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2016/2017
Matematica

PROVA D'ESAME - SECONDO APPELLO (12-07-2017)

Si utilizzino fogli diversi per gli esercizi 1-3 e gli esercizi 4-7.

ESERCIZIO 1. Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x) + x \ln(1-x)}{\sin x - x}.$$

ESERCIZIO 2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(3+x^2) - \ln(x^2).$$

In particolare: (i) si determini il dominio; (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (iii) si discuta dove è convessa o concava; (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti; (v) si disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli $\det A$ e se ne deduca che 0 è un autovalore di A ;

(3.2) si determinino gli altri autovalori di A ;

(3.3) si determini l'autovettore di A associato all'autovalore 0.

ESERCIZIO 4. Si calcoli, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(1 - e^{x^2 y})(1 + \sin(xy))}{\sin(x^4 + y^2)}.$$

ESERCIZIO 5. Si trovino il dominio di definizione e gli eventuali punti di massimo e di minimo della funzione

$$f(x, y) = e^{-y^2+x}(xy - 2y + x - 2).$$

ESERCIZIO 6. Si calcoli il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} (3x^2 e^{x^3-y^2} + y^2) dx + (x - 2ye^{x^3-y^2}) dy,$$

dove γ è la curva di equazione $(x-1)^2 + y^2 = 1$.

ESERCIZIO 7. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xe^x/y, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**