

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SESTO APPELLO (02-09-2015)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{e^x - 1} - e^x}{x(e^x - 1)}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 + 1} \right).$$

In particolare

- (i) se ne determini il dominio,
- (ii) si individuino eventuali punti di massimo o di minimo,
- (iii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente,
- (iv) si discuta dove è convessa o concava,
- (v) si studi l'esistenza di asintoti.

ESERCIZIO 3. [6] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x^2}{x^4 - 16} dx.$$

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 2, 1)$ e $\vec{w} = (3, -2, 3)$,

- (4.1) si determinino i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = 3\vec{v} - \vec{w}$;
- (4.2) si calcolino i prodotti scalari $\vec{v} \cdot \vec{w}$ e $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
- (4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;
- (4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si discuta se i tre vettori $\vec{v}, \vec{a}, \vec{b}$ sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

- (5.1) si calcoli $\det A$;
- (5.2) si determinino gli autovalori di A ;
- (5.3) si determinino gli autovettori di A .

FACOLTATIVO: si discuta se gli autovettori sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 6. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{\ln x}{x(\ln^2 x + 1)} dx.$$

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**