

Matematica - Modulo I

PROVA INTERMEDIA - SECONDO APPELLO (13-02-2018)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2-x} + e^{x^2+x} - 2}{e^{x^2} - e^{-x^2}}.$$

FACOLTATIVO – Si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x \ln(1 + x^2).$$

In particolare: (i) si determini il dominio; (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (iii) si discuta dove è convessa o concava; (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti; (v) si disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. [4+1] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli $\det A$ e se ne deduca che uno degli autovalori di A è $\lambda_1 = 0$;

(3.2) si calcolino gli altri autovalori λ_2 e λ_3 di A ;

(3.3) si calcoli l'autovettore \vec{v}_1 di A associato all'autovalore $\lambda_1 = 0$.

FACOLTATIVO – Si calcoli $A^2 \vec{v}_1$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 2, 2)$ e $\vec{w} = (1, 0, 2)$,

(3.1) si determinino i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$,

(3.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$,

(3.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ,

(3.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO - Si discuta se i vettori \vec{v} , \vec{w} e $\vec{v} \wedge \vec{w}$ sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + 1}.$$

ESERCIZIO 6. [4+1] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{1 + \ln x}{x^4} dx.$$

FACOLTATIVO – Si utilizzi il risultato precedente per calcolare l'integrale definito $\int_1^2 \frac{1 + \ln x}{x^4} dx$.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**