

Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2017/2018
Matematica

PROVA D'ESAME - PRIMO APPELLO (18-06-2018)

ESERCIZIO 1. Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1+x}}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(e^{2x} + 1).$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 0, 4)$ e $\vec{w} = (0, 1, 1)$,

(3.1) si determinino i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$;

(3.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$;

(3.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si dimostri che $\vec{a} \wedge \vec{v} + \vec{b} \wedge \vec{w} = 0$.

ESERCIZIO 4. Si calcoli, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+x^2y} - \sqrt{1-x^2y}}{\ln(1+x^4+y^2)}.$$

ESERCIZIO 5. Si trovino il dominio di definizione e gli eventuali punti di massimo e di minimo della funzione

$$f(x, y) = e^{x^2-y} (x^2y - 2x^2 - y + 2).$$

ESERCIZIO 6. Si calcoli il seguente integrale di superficie:

$$\int_S (x^2 + y^2) z^3 d\sigma,$$

dove $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$.

ESERCIZIO 7. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2 - 1)y' = y^2 + y, \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.