

Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2017/2018
Matematica

PROVA D'ESAME - SECONDO APPELLO (16-07-2018)

ESERCIZIO 1. Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - x - 1) \sin x}{(1 - \cos x) \ln(1 + x)}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 4x + 3).$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. Data la matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli $\det A$ e si verifichi che $\lambda = 0$ è un autovalore;

(3.2) si dimostri che $A^3 = A^2$;

(3.2) si calcoli l'autovettore associato all'autovalore $\lambda = 0$;

(3.4) si calcolino gli altri autovalori.

FACOLTATIVO: si calcolino gli altri autovettori.

ESERCIZIO 4. Si calcoli, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 + xy) - xy}{1 - \cos(x^2 + y^2)}.$$

ESERCIZIO 5. Si trovino il dominio di definizione e gli eventuali punti di massimo e di minimo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 y + x^2 - y - 1}{xy^2 - 4x + 2y^2 - 8}.$$

ESERCIZIO 6. Si calcoli il seguente integrale :

$$\int_D |x|y \ln(1 + x^2 + y^2) \, dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, |x| \leq |y|, y \leq 0\}$.

ESERCIZIO 7. Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale:

$$2y'' + 5y' + 3y = (x + 1)e^{-x}.$$

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.