

Matematica

PROVA D'ESAME - TERZO APPELLO (14-09-2018)

ESERCIZIO 1. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+e^x} - \sqrt{2+x}}{(1+x^2)^2 - (1-x^2)^2}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{3x^3 + x}{1 + x^2}.$$

In particolare (i) se ne determini il dominio, (ii) si discuta dove è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava, (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti e (v) se ne disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (0, 2, 1)$ e $\vec{w} = (6, 3, -6)$,

(3.1) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.2) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(3.3) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

(3.4) si calcoli il prodotto misto $\vec{v} \cdot \vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: Si scriva l'equazione del piano che contiene i due vettori \vec{v} e \vec{w} .

ESERCIZIO 4. Si calcoli, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy} - xy}{\sin(x^2 + y^2) - (x^2 + y^2)}.$$

ESERCIZIO 5. Si trovino il dominio di definizione e gli eventuali punti di massimo e di minimo della funzione:

$$f(x, y) = \frac{xy^2 - 4x + 2y^2 - 8}{x^2y + x^2 - y - 1}.$$

ESERCIZIO 6. Si calcoli il seguente integrale:

$$\int_D x|y|e^{x^2+y^2} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, |y| \leq x, \}$.

ESERCIZIO 7. Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale:

$$4y'' + 12y' + 9y = x e^{\frac{3}{2}x}$$

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**