

Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2018/2019
Matematica

PROVA D'ESAME - QUARTO APPELLO (07-11-2018)

ESERCIZIO 1. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 1 - \sqrt{1 + \ln(1 + x^2)}}{x^2}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x^2 + 4}}.$$

In particolare (i) se ne determini il dominio, (ii) si discuta dove è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava, (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti e (v) se ne disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (0, 0, 3)$ e $\vec{w} = (1, 1, 1)$,

(3.1) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.2) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(3.3) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

(3.4) si calcoli il prodotto misto $\vec{v} \cdot \vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: Si scriva l'equazione del piano che contiene i due vettori \vec{v} e \vec{w} .

ESERCIZIO 4. Si calcoli, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2) - (x^2 + y^2)}{\log(1 + x^2 + y^2) \sin^2(x^2 + y^2)} (1 + \cos(x - y)).$$

ESERCIZIO 5. Si trovi il dominio di definizione e gli eventuali punti di massimo e di minimo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 y + 2x^2 - 4y - 8}{2xy^2 - 2x + y^2 - 1}.$$

ESERCIZIO 6. Si calcoli il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} (2x \sin(xy) + yx^2 \cos(xy)) dx + x^3 \cos(xy) dy,$$

dove γ è l'arco di curva $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$, orientata nel senso delle x crescenti.

ESERCIZIO 7. Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$16y'' - 16y' + 5y = e^{x/3} \cos(x/4).$$

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.