

MAT1 - Matematica 1

SECONDA PROVA D'APPELLO (17-02-2016)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x - \sin 3x}{\sin x - x \cos x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}},$$

(2.1) se ne calcoli il dominio;

(2.2) si calcoli la derivata $f'(x)$;

(2.3) si studi per quali valori di x la derivata $f'(x)$ si annulla;

(2.4) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

FACOLTATIVO: si trovino, se esistono, massimo e minimo della funzione nell'intervallo $[2, 3]$.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcolino $\det A$ e $\det B$;

(3.2) si discuta per quali valori $x \in \mathbb{R}$ si ha $\det(A - xB) = 0$;

(3.3) si calcolino gli autovalori di A ;

(3.4) si calcolino gli autovettori di A ;

FACOLTATIVO: si determinino gli autovalori della matrice A^5 .

ESERCIZIO 4. [5] Nel piano xy sia r la retta di equazione $y - 4x + 3 = 0$ e P il punto di coordinate $(2, 0)$.

(i) Si determini un vettore \vec{v} parallelo alla retta r ;

(ii) si determini un vettore \vec{w} ortogonale a \vec{v} ;

(iii) si determini la retta s ortogonale a r e passante per il punto P ;

(iv) si calcolino le coordinate del punto d'intersezione Q tra le due rette r e s ;

(v) si calcoli la distanza del punto P dalla retta r .

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x^2}{(1-x)^2} dx.$$

ESERCIZIO 6. [8] Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 4x},$$

(6.1) se ne determini il dominio,

(6.2) si individuino eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso,

(6.3) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente,

(6.4) si discuta dove è convessa o concava,

(6.5) si studi l'esistenza di eventuali asintoti,

(6.6) si disegni il grafico.

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.

Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.