

**Corso di laurea in Fisica - Corso di Laurea in Matematica**  
**Anno Accademico 2018/2019**  
**FM210 - Meccanica Analitica**

QUARTO APPELLO (03-02-2020)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema lagrangiano costituito da un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 1$ , vincolato a muoversi su un piano verticale, che identifichiamo con il piano  $(x, y)$ , lungo una guida circolare di equazione

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Il piano verticale ruota intorno all'asse verticale  $y$  con velocità angolare costante  $\omega$ . Il punto  $P$  è inoltre collegato al punto  $P_0 = (0, 3)$  tramite una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo nulla.

- (1.1) Si scriva la lagrangiana del sistema
- (1.2) Si scrivano le corrispondenti equazioni di Eulero-Lagrange.
- (1.3) Si trovino le configurazioni di equilibrio in un sistema di riferimento solidale con il piano rotante al variare della velocità angolare  $\omega$  e della costante elastica  $k$ .
- (1.4) Se ne discuta la stabilità al variare della velocità angolare  $\omega$  e della costante elastica  $k$ .

ESERCIZIO 2. Si consideri l'hamiltoniana

$$H(q, p) = qp \ln q (\ln^2 q + q^2 p^2 - 1).$$

- (2.1) Si determinino le equazioni del moto.
- (2.2) Si determini la trasformazione canonica generata dalla funzione generatrice di terza specie  $F(Q, p) = pe^Q$ .
- (2.3) Si scriva l'hamiltoniana nelle variabili  $(Q, P)$ .
- (2.4) Si usi la trasformazione canonica trovata al punto precedente per determinare il moto con dati iniziali  $q(0) = 3, p(0) = 0$

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.**  
**Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**