

Corso di Laurea in Fisica - Corso di Laurea in Matematica
Anno Accademico 2018/2019

FM210 - Meccanica Analitica

PRIMA PROVA D'ESONERO (10-04-2019)

ESERCIZIO 1. [16] Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$ sottoposto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = (x^2 - 1)^2 \frac{x}{x^2 + 1}.$$

- (1) Si determinino i punti di equilibrio del sistema dinamico associato e se ne discuta la stabilità.
- (2) Si studi il grafico dell'energia potenziale $V(x)$.
- (3) Si discuta qualitativamente il moto del sistema nel piano delle fasi (x, \dot{x}) .
- (4) Si individuino le traiettorie periodiche eventualmente presenti.
- (5) Si dimostri che la traiettoria con dato iniziale $x(0) = 0$ e con energia $E = 0$ è asintotica.
- (6) Si dimostri che esistono traiettorie illimitate e si studi se il tempo di fuga è finito o infinito.

ESERCIZIO 2. [18] Un punto materiale di massa μ è soggetto a una forza centrale di energia potenziale

$$V(\rho) = \frac{1}{4}\alpha\rho^4 + 2\rho, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Sia L il modulo del momento angolare L .

- (1) Si assuma che sia $L > 0$ e, al variare del coefficiente α , si risponda alle seguenti domande.
 - (1.1) Si scrivano l'equazione del moto per la variabile ρ .
 - (1.2) Si determinino i punti di equilibrio del sistema dinamico associato e se ne discuta la stabilità.
 - (1.3) Si disegni il grafico dell'energia potenziale efficace.
 - (1.4) Si analizzino qualitativamente le orbite nel piano $(\rho, \dot{\rho})$.
 - (1.5) Si determinino le traiettorie periodiche nel piano $(\rho, \dot{\rho})$.
 - (1.6) Si discutano le condizioni sotto le quali il moto complessivo del sistema è periodico.
 - (1.7) Si discuta per quali valori dei parametri si hanno orbite aperte.
 - (1.8) Si discuta se, per le orbite di cui al punto (7), il tempo di fuga è finito o infinito.
- (2) Si discuta come cambia lo scenario nel caso in cui si abbia $L = 0$.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**