

FM210 - Tutorato 2
Università degli Studi Roma Tre
Dipartimento di Matematica e Fisica
Docente: Guido Gentile
Tutore: Shulamit Terracina

8 Marzo 2021

Esercizio 1 Si consideri l'equazione del moto per un punto materiale di massa $m = 1$ su \mathbb{R} ,

$$\ddot{x} = x^2 - x$$

1. Si determini una grandezza conservata del moto.
2. Si disegnino le curve di livello corrispondenti nel piano delle fasi.
3. Si identifichino i dati iniziali corrispondenti a moti periodici, a moti aperti e a moti limitati asintotici.

Esercizio 2 Per ognuno dei seguenti potenziali $V(x)$, considerare il moto di un punto materiale di massa $m = 1$ soggetto a tale potenziale e

1. Scrivere esplicitamente l'equazione del moto e verificare esplicitamente la conservazione dell'energia meccanica $E = \dot{x}^2/2 + V(x)$.
2. Si disegni il grafico dell'energia potenziale.
3. Si determinino i punti di equilibrio del sistema dinamico associato.
4. Si disegnino le curve di livello corrispondenti nel piano delle fasi
5. Si identifichino i dati iniziali corrispondenti a (qualora esistano) moti periodici, a moti aperti e a moti limitati asintotici.

Potenziali :

- a) $V(x) = x + 2 \sin x$
- b) $V(x) = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2}$
- c) $V(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2}$

Esercizio 3 Si consideri l'equazione del moto per un punto materiale di massa $m = 1$ su \mathbb{R} ,

$$\ddot{x} = -V'(x), \quad V(x) = \frac{x^4}{4} + \alpha \frac{x^2}{2}$$

1. Si determinino i punti di equilibrio al variare di $\alpha \in \mathbb{R} \setminus 0$.
2. Si studi la stabilità dei punti di equilibrio (non degeneri).
3. Si determini l'energia del sistema.
4. Si verifichi che E è una costante del moto.