# FM210 - Soluzioni Tutorato 8
Università degli Studi Roma Tre
Dipartimento di Matematica e Fisica
Docente: Guido Gentile
Tutore: Shulamit Terracina

4 Maggio 2021

**Esercizio 1** Scrivere le equazioni di Eulero-Lagrange per il sistema bidimensionale di Lagrangiana

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = q_2\dot{q}_1 - q_1\dot{q}_2 - 2q_1q_2$$

e trovarne esplicitamente la soluzione.

**Esercizio 2** Si calcolino le reazioni vincolari del pendolo semplice di massa $m$ e lunghezza $\ell$. In particolare si determino in corrispondenza di quale configurazione assumono il valore massimo e il valore minimo.

**Esercizio 3** Si consideri un pendolo costituito da una molla di lunghezza di riposo $\ell$ sospesa a un punto di sospensione $O$, al cui estremo libero è appesa una massa $m$ (vedi Fig.1). Si scriva la Lagrangiana del sistema usando le coordinate $x$ e $\theta$, dove $\ell + x$ è la lunghezza della molla e $\theta$ l'angolo formato con la verticale verso il basso, come in figura. Si determinino le equazioni di Eulero-Lagrange corrispondenti.

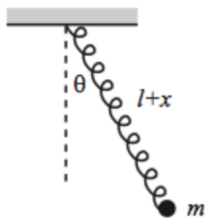


Figura 1:

**Esercizio 4** Un sistema meccanico è costituito fa tre punti $P_1$, $P_2$ e $Q$, di masse, rispettivamente $m_1 = m_2 = m$ e $m_3 = 2m$, vincolati su un piano verticale $\pi$. I due punti $P_1$ e $P_2$ si muovono lungo un asse orizzontale (che si può identificare con l'asse x) e sono entrambi collegati a $Q$ tramite due sbarre rettilinee di lunghezza $L$ e massa trascurabile. Il punto $P_1$ è collegato a un punto fisso $O$ dell'asse lungo cui scorre tramite una molla di costante elastica $k$ e lunghezza a riposo nulla. Sia $g$ l'accelerazione di gravità.

1. Si scrivano la lagrangiana del sistema e le corrispondenti equazioni di Eulero-Lagrange, utilizzando come coordinate lagrangiane l'ascissa $x$ del punto $Q$ lungo l'asse orizzontale e l'angolo $\theta$ che la retta passante per i punti $P_1$ e $Q$ forma con tale asse.

2. Si determinino le configurazioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità.

3. Per $k = 0$ si discuta qualitativamente il moto.

4. Sempre per $k = 0$, partendo dalla configurazione iniziale

$$x(0) = 0 \quad \dot{x}(0) = 0 \quad \theta(0) = 0 \quad \dot{\theta}(0) = 0,$$

   si descriva qualitativamente il moto e si determini la forza vincolare nel punto $Q$ in funzione del tempo, in particolare quando tale punto si trova a quota $\frac{L}{\sqrt{2}}$ al di sotto dell'asse $x$.

5. Si discuta come si modifica la trattazione se entrambe le sbarre hanno massa $M$ e sono omogenee.

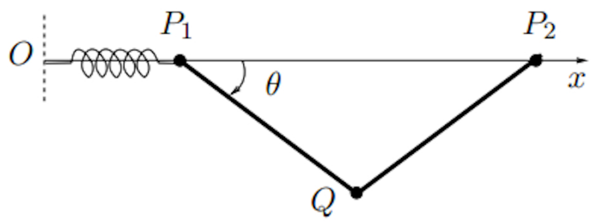


Figura 2: