

Tutorato II

Question 1. Si consideri l'equazione del moto per un punto materiale di massa $m = 1$ su \mathbb{R} ,

$$\ddot{x} = x^2 - x$$

- Si determini una grandezza conservata del moto.
- Si disegnino le curve di livello corrispondenti nel piano delle fasi.
- Si identifichino i dati iniziali corrispondenti a moti periodici, a moti aperti e a moti limitati asintotici.

Question 2. Per ognuno dei seguenti potenziali $V(x)$, considerare il moto di un punto materiale di massa $m = 1$ soggetto a tale potenziale e

- Scrivere esplicitamente l'equazione del moto e verificare esplicitamente la conservazione dell'energia meccanica $E = \dot{x}^2/2 + V(x)$.
- Si disegni il grafico dell'energia potenziale.
- Si determinino i punti di equilibrio del sistema dinamico associato.
- Si disegnino le curve di livello corrispondenti nel piano delle fasi
- Si identifichino i dati iniziali corrispondenti a (qualora esistano) moti periodici, a moti aperti e a moti limitati asintotici.

Potenziali :

- $V(x) = x + 2 \sin x$
- $V(x) = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2}$
- $V(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2}$

Question 3. Si consideri l'equazione del moto per un punto materiale di massa $m = 1$ su \mathbb{R}

$$\ddot{x} = -V'(x), \quad V(x) = \frac{x^4}{4} + \alpha \frac{x^2}{2}$$

- Si determinino i punti di equilibrio al variare di $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Si studi la stabilità dei punti di equilibrio (non degeneri).
- Si determini l'energia del sistema.
- Si verifichi che E è una costante del moto.