Elisabetta Colantoni e Giulia Degni
FM-210 Meccanica Analitica
29 marzo 2022

Tutorato V

Question 1. Dato un sistema di riferimento $\kappa = Oxyz$ (sistema assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ (sistema relativo), la cui origine si muove lungo la curva $\gamma(t) = (x(t), y(t), 0)$ tale che le sue componenti verificano

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - x^2 + 1 \\ \dot{y} = 2xy \end{cases}$$

L'asse ξ di K si mantiene tangente alla curva $\vec{q}_{O'}(t)$, mentre l'asse ζ si mantiene parallelo all'asse z di κ; all'istante iniziale O' occupa la posizione $\vec{q}_{O'}(0) = (0, -1, 0)$ e gli assi ξ e η sono diretti come gli assi x e y rispettivamente. Un punto P di massa $m = 1$ si muove in K lungo l'asse ξ sotto l'azione di una forza conservativa di energia potenziale

$$V(\xi) = \xi^2 - 1$$

con dato iniziale $\xi(0) = 0$ ed energia meccanica $E = 0$.

(1.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \to \kappa$ come composizione di una traslazione con una rotazione
$D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B.

(1.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi K e κ.

(1.3) Determinare la velocità assoluta $\mathbf{v}$ e la velocità relativa $\mathbf{v}'$.

(1.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento $\mathbf{v}_0$.

(1.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento $\mathbf{v}_T$.

(1.6) Determinare la forza centrifuga e la forza di Coriolis che agiscono sul punto P.

Question 2. Dato un sistema di riferimento $k = Oxyz$ (sistema assoluto) si consideri un sistema mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ la cui origine O' si muove lungo la curva piana $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ tale che le sue componenti verificano

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 = \gamma_1 - \omega\gamma_2 \\ \dot{\gamma}_2 = \omega\gamma_1 + \gamma_2 \end{cases}$$

dove $\omega > 0$ è una costante; la componente lungo l'asse x del vettore che individua il punto O' varia secondo la legge oraria $x_{O'}(t) = \gamma_1(t)$. L'asse ζ di K si mantiene parallelo all'asse z di k mentre l'asse ξ di K si mantiene tangente a $\gamma(t)$. All'istante iniziale il punto O' occupa la posizione $q_{O'} = (1, 0, 0)$ Un punto P di massa $m = 1$ si muove nel sistema K lungo l'asse ξ sotto l'azione di una molla di costante elastica $\lambda > 0$.

(2.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \to k$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B.

(2.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi k e K.

(2.3) Determinare la velocità assoluta v e la velocità relativa v'.

(2.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento v_0.

(2.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento v_T.

(2.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto P.

(2.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto P.

Question 3. Dato un sistema di riferimento $k = Oxyz$ (sistema di riferimento fisso o assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ la cui origine O' si muove lungo la circonferenza $\mathcal{C}'$ di centro O e raggio $r = 2$. La componente lungo l'asse x che individua il punto O' varia secondo la legge oraria $x_{O'}(t) = 2\cos\omega_1 t$ con $\omega_1 > 0$ costante. L'asse ζ di K si mantiene parallelo all'asse z di k mentre l'asse ξ di K si mantiene ortogonale a $\mathcal{C}$. All'istante iniziale il punto O' occupa la posizione $\mathrm{q}' = (2, 0, 0)$ Un punto P di massa $m = 1$ si muove nel sistema K lungo l'asse ξ secondo la legge oraria $\xi(t) = \cos t$.

(3.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \to k$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B.

(3.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi k e K.

(3.3) Determinare la velocità assoluta v e la velocità relativa v'.

(3.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento v_0.

(3.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento v_T.

(3.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto P.

(3.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto P.