

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2022/2023

Prova di autovalutazione (26-12-2022)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Calcolare

$$\iint_{\Omega} 2xdxdy, \quad \Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq \sqrt{4 - (x - 1)^2}\}$$

2. Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' = -9$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \cos(x)y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

4. Determinare massimi e minimi della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2$ in $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$

ESERCIZIO 1. [5] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{yx \cos(x) - y}{x} \\ y(\pi) = 2 \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [5] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 - y_2 \\ y_2' = \frac{9}{4}y_1 + 2y_2 \\ y_1(0) = 2, \quad y_2(0) = 1 \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. [5] Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' - y = -4xe^x$$

ESERCIZIO 4. [5] Calcolare l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\oint_{\gamma} (y + e^{\sqrt{x}})dx + (2x + \cos(y^2))dy$$

dove γ è il bordo della regione racchiusa tra le parabole $y = x^2$ e $x = y^2$ orientato positivamente.

ESERCIZIO 5. [5] Determinare massimi e minimi della funzione $f(x, y) = xy^2$ nell'insieme

$$D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 3\}$$

ESERCIZIO 6. [5] Calcolare

$$\iiint_{\Omega} 2xdxdydz$$

dove

$$\Omega := \{(x, y, z) : 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{4 - y^2}, 0 \leq z \leq y\}$$