

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2022/2023
Preparazione alla prova scritta (30-12-2022)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si calcoli l'integrale triplo $\iiint_{\Omega} 2 \, dx \, dy \, dz$, dove $\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$.

2. Si determini la soluzione generale dell'equazione del secondo ordine $y'' = 1$.

3. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Si studi la continuità in $(x, y) = (0, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

ESERCIZIO 1. [5] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{xy^3}{1 + y^4} \log(1 + x^2), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [5] Si trovi la soluzione generale del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2, \\ y_2' = y_1 + 2y_2. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. [5] Si determini la soluzione generale dell'equazione $y'' - 2y' + y = x^2 e^x$.

ESERCIZIO 4. [5] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 + xy + y^2}{1 + y^2}$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 2\}$.

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale doppio $\iint_D (x^2 + 2xy) \, dx \, dy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 1 - |x|\}$.

ESERCIZIO 6. [5] Si calcoli l'integrale curvilineo di prima specie

$$\oint_{\gamma} x^2 y \, ds, \quad \gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2,$$

dove γ_1 è il segmento che unisce il punto $P_1 = (-1, 0)$ al punto $P_2 = (0, 1)$, γ_2 è l'arco di circonferenza di raggio 1 e centro in $(0, 0)$ che unisce in senso orario P_2 a P_1 , e la curva chiusa γ è percorsa in senso orario.
