

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2022/2023

Prova di autovalutazione (8-1-2023)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Calcolare

$$\iint_{\Omega} 4dx dy,$$

dove Ω è il quadrilatero di vertici $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 3)$ e $(3, 3)$.

2. Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' = 4$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

4. Determinare massimi e minimi della funzione $f(x, y) = x + y$ in $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$

ESERCIZIO 1. [5] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y \cos(x)}{1+y^2} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [5] Discutere la continuità della seguente funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+xy+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. [5] Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' + 2y' + y = -4xe^x$$

ESERCIZIO 4. [5] Calcolare l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\oint_{\gamma} (y - \ln(x^2 + y^2))dx + 2 \arctan\left(\frac{y}{x}\right)dy$$

dove γ è il cerchio di centro $(2, 3)$ e raggio 1, orientato positivamente.

ESERCIZIO 5. [5] Determinare massimi e minimi della funzione $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ sulla superficie $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^4 + y^4 + z^4 = 1\}$

ESERCIZIO 6. [5] Calcolare

$$\int_{1/\sqrt{2}}^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^x xy dx dy + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^x xy dx dy + \int_{\sqrt{2}}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} xy dx dy$$

Sugg. Può essere utile tracciare un disegno dei tre domini di integrazione.