

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2022/2023

Prova scritta - Terzo appello (12-06-2023)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine $y'' = \pi$.

2. Si calcoli l'integrale doppio $\iint_{\Omega} xy \, dx dy$, dove $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y \cos x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$

4. Si determinino massimi e minimi di $f(x, y) = x^3 + y^3$ in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2 + 1)y' = xy^2, \\ y(1) = e. \end{cases}$$

dove e è il numero di Nepero.

ESERCIZIO 2. [6] Si trovi la soluzione generale del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 - 5y_2, \\ y_2' = 5y_1 + 3y_2, \end{cases}$$

e si determini la soluzione che corrisponde alle condizioni iniziali $(y_1(0), y_2(0)) = (1, 0)$.

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione $y'' - 3y' + 4y = (\sin x)e^{2x}$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 2, |xy| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_D (x^4 + x^2y^2 + y^2 + 2xy) \, dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

ESERCIZIO 6. [6] Data la forma differenziale in \mathbb{R}^2

$$\omega = xy \, dx + (x^2 - y^2) \, dy,$$

1. si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie $\int_{\gamma} \omega$, dove γ è la circonferenza di raggio 1 e centro $(0, 0)$,

2. si discuta se la forma differenziale ω è esatta.