

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2022/2023

Prova scritta - Quinto appello (8 settembre 2023)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine $y' = 2x - 2$.

2. Si calcoli l'integrale doppio $\iint_{\Omega} x \, dx \, dy$, dove $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 3\}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x e^{-y}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

4. Si determinino massimi e minimi di $f(x, y) = xy$ in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} xyy' = 1, \\ y(-1) = -1. \end{cases}$

ESERCIZIO 2. [6] Si trovi la soluzione generale del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y_1' = y_1, \\ y_2' = 4y_1 + y_2, \end{cases}$$

e si determini la soluzione che corrisponde alle condizioni iniziali $(y_1(0), y_2(0)) = (0, 1)$.

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione $y'' - 2y' + y = xe^x$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^4 + 2xy$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_D (x^2 + y^3) \, dx \, dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

ESERCIZIO 6. [6] Data la forma differenziale in \mathbb{R}^2

$$\omega = (2xy + y^2 + 4x^3) \, dx + (x^2 + 2xy) \, dy,$$

sia γ la curva nel piano xy descritta dalle equazioni parametriche

$$x(t) = t, \quad y(t) = t + \sin(\pi t), \quad t \in [0, 1].$$

1. si discuta se la forma differenziale ω è esatta;

2. si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie $\int_{\gamma} \omega$, dove la curva γ è percorsa in senso antiorario.