

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2022/2023

Prova scritta - Appello straordinario (21-11-2023)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine $y' = x + 1$.

2. Si calcoli l'integrale triplo $\iiint_{\Omega} \sqrt{3} \, dx dy dz$, dove $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0, 4 \leq z \leq 5\}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2}, \\ y(-1) = 1. \end{cases}$$

4. Si determinino massimi e minimi di $f(x, y) = x + y$ in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 + y - 2}{x}, \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [6] Si trovi la soluzione generale del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^3

$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 - y_2, \\ y_2' = y_1, \end{cases}$$

e si determini la soluzione che corrisponde alle condizioni iniziali $(y_1(0), y_2(0)) = (1, 1)$.

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione $x^2 y'' + xy' + y = x \log x$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^4 + x^2 y^2 + y^2 + 1$$

nell'insieme $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x - y \geq 0\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale triplo

$$\iiint_D x^3 e^{x(y+z)} \, dx dy dz, \quad D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq 2x\}.$$

ESERCIZIO 6. [6] Si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\int_{\gamma} \omega, \quad \omega = (x + xy) dx + (y + xy) dy,$$

dove γ è la frontiera dell'insieme racchiuso tra le due circonferenze di raggio $R = 1$ e centro $(0, 1)$ e $(1, 0)$, rispettivamente, ed è percorsa in senso antiorario, e si discuta se la forma differenziale ω è esatta.

** Per superare lo scritto si devono conseguire almeno 3 punti nell'esercizio 0 e almeno 18 punti in totale (esercizio 0 incluso).*