

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2022/2023
Prova scritta - Appello straordinario (18-04-2023)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine $y' = y + 2$.

2. Si calcoli l'integrale triplo $\iiint_{\Omega} (\log 2) \, dx \, dy \, dz$, dove $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, z \leq 1, -1 \leq y \leq 0\}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = \frac{x}{y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Si determinino massimi e minimi di $f(x, y) = x^2 + y$ in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y+1}{(x+1)(x+2)}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [6] Si trovi la soluzione generale del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y'_1 = y_1 + y_2, \\ y'_2 = 5y_1 + 5y_2, \end{cases}$$

e si determini la soluzione che corrisponde alle condizioni iniziali $(y_1(0), y_2(0)) = (1, 0)$.

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione $y'' - 2y' + y = x(x^2 - 1)$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = e^{-x^2} (x^4 + x^2 + y^2 + 1)$$

nell'insieme $D = \{(x, y) : -1 + x^2 \leq y \leq 1 - x^2\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale triplo

$$\iiint_D 2x \, dx \, dy \, dz, \quad D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{4 - y^2}, 0 \leq z \leq y\}.$$

ESERCIZIO 6. [6] Data la forma differenziale in \mathbb{R}^2

$$\omega = (y + e^{\sqrt{x}}) \, dx + (2x + \cos y^2) \, dy,$$

1. si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\int_{\gamma} \omega,$$

dove γ è la frontiera dell'insieme racchiusa tra le parabole $y = x^2$ e $x = y^2$, percorso in senso antiorario.

2. si discuta se la forma differenziale ω è esatta.
