

Matematica I (CdL in Scienze Geologiche)

Anno Accademico 2022/2023

Seconda prova di esonero (11-1-2023)

---

ESERCIZIO 1. [6] Si consideri il piano  $\pi$  di equazione

$$2x + 3y + z = 4$$

1. Determinare la retta  $r$  ortogonale a  $\pi$  e passante per il punto  $Q = (1, 0, 0)$ .
2. Determinare il punto  $P$  di intersezione tra  $r$  e  $\pi$ .
3. Calcolare la distanza tra  $P$  e  $Q$ .

---

ESERCIZIO 2. [6+3] Calcolare due dei seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan(x^3)} - 1}{x(\cos(x) - e^{x^2})}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2(x)}{(e^x - 1 - x)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \tan(x^2)}{x^2 - \sin(x^2)}$$

FACOLTATIVO: Calcolare anche l'altro limite.

---

ESERCIZIO 3. [5+2] Calcolare autovalori e autovettori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

FACOLTATIVO: Calcolare l'inversa di  $A$

---

ESERCIZIO 4. [6] Si considerino i vettori

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} -4 \\ 11 \\ 9 \end{pmatrix}$$

1. Determinare il coseno dell'angolo tra  $v$  e  $w$ .
2. Dire se i vettori sono linearmente dipendenti e, in caso di risposta affermativa, esprimere uno dei tre come combinazione lineare degli altri due.
3. Calcolare il prodotto vettoriale  $u \times w$ .

---

ESERCIZIO 5. [5] Determinare, se esiste,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$$

---

ESERCIZIO 6. [6+2] Si consideri la funzione

$$f(x, y) = 2x^3 + y^4$$

Determinare i punti di massimo e minimo di  $f$  nel dominio  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

FACOLTATIVO: Calcolare la derivata direzionale nella direzione del vettore  $v = (1/2, \sqrt{3}/2)$  nel punto  $P = (1/2, 1/2)$