

Esercitazione di Matematica I (CdL in Scienze geologiche)

Anno Accademico 2022-2023

17-11-2022

Esercizio 1

Dati gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y > 1\}$$

si determinino $A \cup B$, $A \cap B$ e si disegnino i quattro insiemi. Calcolare l'area dell'insieme $A \cap B$.

Esercizio 2

Studiare il dominio delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \frac{1}{\ln(2^{x-1})}$$

$$f_2(x) = \ln(\sin x - \cos x)$$

$$f_3(x) = \sqrt{\frac{2x^2 - x - 1}{6x + 3}}$$

Esercizio 3

Calcolare la derivata delle seguenti funzioni e determinarne il dominio:

$$f_1(x) = \ln x^2 + \frac{x-1}{x}$$

$$f_2(x) = \frac{5x^2 - 2x + 1}{(1+x)^2}$$

Esercizio 4

Studiare la continuità e la derivabilità delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \begin{cases} -2x + 1 & x < 0 \\ 2x^2 + x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} e^{|x|} & \text{per } x < 1 \\ 1 - x & \text{per } x \geq 1 \\ \frac{1-x}{x-2} & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$$
$$f_3(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & \text{per } |x| \leq 1 \\ x^2 - 5x + 4 & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

Esercizio 5

Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{3+x^2} \right)$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + e^x + 1}{x^2 + x \sin(x)}$$

Esercizio 6

Studiare completamente il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{e^{x \ln(x)}}.$$