

**Università degli Studi di Roma Tre, A.A. 2022/2023**  
**Corso di Laurea in Scienze Geologiche**  
**Matematica I**

Docenti: Guido Gentile, Livia Corsi  
Tutor: Michele Matteucci

Tutorato 1

**Esercizio 1.** *Determinare il dominio e il segno delle seguenti funzioni.*

i)  $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x - 5}$

ii)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{e^{x-1}}$

iii)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - |x - 2|}$

iv)  $f(x) = \sqrt{2 - x^2} - x$

v)  $f(x) = \frac{x}{\log x}$

vi)  $f(x) = \frac{\log(x + 1)}{-1 - \log(x + 1)}$

vii)  $f(x) = \frac{\log^2 x - \log x}{x}$

viii)  $f(x) = \log\left(\frac{3 - x^2}{x^2 + x - 2}\right)$

**Esercizio 2.** *Calcolare la derivata delle seguenti funzioni, determinarne quindi il dominio e il segno.*

i)  $f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 2x - 3}$

ii)  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

iii)  $f(x) = \frac{2 \sin x - 1}{\cos x}$

**Esercizio 3.** *Discutere la continuità e la derivabilità delle seguenti funzioni.*

i)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{se } x \geq 0 \\ e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

ii)

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

iii)

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{\sin x}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Calcolare i seguenti limiti.

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$

ii)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+3} - \sqrt{2x-4}$

iii)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 5x + \sin x}{2x^6 + \cos(2x)}$

**Esercizio 5.** Studiare il grafico delle seguenti funzioni.

i)  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

ii)  $f(x) = \frac{x^2}{x+1} e^{\frac{x}{x+1}}$

iii)  $f(x) = -(x+9)\sqrt{1 + \frac{2}{x}}$

iv)  $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

v)  $f(x) = 4 \sin^2 x - 3$