

Esercitazione di Matematica I (CdL in Scienze geologiche)

Anno Accademico 2022-2023

16-12-2022

Esercizio 1

Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 7 & 9 \\ -4 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

determinare se sono invertibili e se lo sono calcolarne le matrici inverse. Verificare la correttezza del risultato ottenuto.

$$\text{Risultati: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{25} & \frac{4}{25} \\ \frac{7}{25} & -\frac{1}{25} \end{pmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{7} & 0 & -\frac{3}{7} \\ -\frac{16}{49} & \frac{1}{7} & \frac{3}{49} \\ \frac{4}{7} & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2

Dato il sistema

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ 3x - y + 4z = -3 \\ -x - y + 2z = -5 \end{cases}$$

trovarne la soluzione usando la notazione matriciale ed il metodo di Cramer.

Risultato: $x = 1, y = 2, z = -1$.

Esercizio 3

Data la matrice

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Determinarne autovalori ed autovettori, in particolare scrivere gli autovettori come vettori di modulo 1. Verificare la correttezza dei risultati ottenuti.

Risultati: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = -2$; $\vec{v}_1 = (1, 0, 0)$, $\vec{v}_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $\vec{v}_3 = \left(-\frac{11\sqrt{274}}{274}, \frac{3\sqrt{274}}{274}, -\frac{12\sqrt{274}}{274}\right)$.