

**Università degli Studi di Roma Tre, A.A. 2022/2023**  
**Corso di Laurea in Scienze Geologiche**  
**Matematica I**

Docenti: Guido Gentile, Livia Corsi  
Tutor: Michele Matteucci

Tutorato 2

**Esercizio 1.** *Dati i vettori  $v$  e  $w$ , determinare il vettore somma  $v + w$  e i moduli  $|v|$ ,  $|w|$  e  $|v + w|$ ; verificare quindi che  $|v| + |w| \geq |v + w|$ .*

$$i) \quad v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$ii) \quad v = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$iii) \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$iv) \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 2.** *Dati i vettori  $v$  e  $w$ , determinare il loro prodotto scalare  $v \cdot w$  e i moduli  $|v|$  e  $|w|$ .*

$$i) \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$ii) \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$iii) \quad v = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$iv) \quad v = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 3.** *Dati i vettori  $v$  e  $w$ , determinare il coseno dell'angolo compreso tra di essi.*

$$i) \quad v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$ii) \quad v = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$iii) \quad v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 4.** Dati i vettori  $v$  e  $w$  in  $\mathbb{R}^3$ , determinare il loro prodotto vettoriale  $v \wedge w$ .

$$i) v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$ii) v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$iii) v = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 5.** Dire se l'insieme  $A \subset \mathbb{R}^n$  è un insieme di vettori linearmente dipendenti o indipendenti.

$$i) A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^2$$

$$ii) A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^2$$

$$iii) A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

$$iv) A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$