

Esercitazione di Matematica I (CdL in Scienze geologiche)

Anno Accademico 2022-2023

12-01-2023

Prova scritta di Matematica II del 21-06-2022

1. Si considerino i vettori $\vec{u} = (7, -1, -2)$, $\vec{v} = (-1, 0, 1)$:

- calcolare il prodotto scalare $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e verificare la disuguaglianza $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq |\vec{u}| |\vec{v}|$;
- calcolare il prodotto vettoriale $\vec{u} \times \vec{v}$ e verificare l'identità $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$;
- determinare l'angolo compreso tra i vettori \vec{u} e \vec{v} .

2. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$:

- calcolare la traccia ed il determinante di A ;
- stabilire se A è invertibile e, in caso di risposta affermativa, determinare la matrice inversa;
- calcolare il quadrato $A^2 = A \cdot A$;
- verificare che $\vec{v} = (1, -1, 0)$ è un autovettore di A e determinare l'autovalore associato.
- [**Facoltativo:** esibire un autovettore di A^8].

3. Calcolare i seguenti limiti (motivando la risposta):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(x)}{e^{6x} - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \sin(x)}{e^{6x} - 1}.$$

4. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = x^2 - \log(x^2 - 3) - 7.$$

In particolare:

- determinare il dominio di definizione, discutendo eventuali simmetrie;
- studiare l'esistenza di asintoti;
- determinare gli intervalli di monotonia ed individuare eventuali punti di massimo o minimo;
- [**Facoltativo:** studiare la concavità].