

Esercitazione di Matematica I (CdL in Scienze geologiche)

Anno Accademico 2022-2023

16-01-2023

Esercizio 1 (dall'esame di Matematica II del 5-09-2022)

Si risolva il seguente problema di Cauchy per la funzione incognita $x = x(t)$

$$\begin{cases} x' = t^2 x^3 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Si calcoli l'intervallo di esistenza della soluzione $x(t)$ e il limite della stessa per t che tende ai bordi del dominio di definizione.

Esercizio 2 (dall'esame di Matematica II del 12-07-2022)

Si risolva il seguente problema di Cauchy per la funzione incognita $x = x(t)$:

$$\begin{cases} x' = \frac{e^{-x^2} - 1}{x} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Si calcoli, in particolare, il limite della soluzione $x(t)$ per $t \rightarrow \pm \infty$.

Esercizio 3 (dall'esame di Matematica II del 12-07-2022)

Si consideri la funzione

$$F(x, y) = x^2 \ln(2 - y^2) - 3y.$$

- Stabilire se la derivata direzionale di F lungo $\vec{v} = (3, 4)$ nel punto $(x, y) = (2, 0)$ è positiva o negativa;
- Stabilire se il punto $(x, y) = (-2, 1)$ è un punto di massimo, di minimo, di sella, oppure nessuno dei precedenti.

Esercizio 4 (dall'esame di Matematica II del 21-06-2022)

Si consideri la funzione

$$F(x, y) = \log(\sin(x) + \cos(y)).$$

- c) Stabilire se la derivata direzionale di F lungo $\vec{v} = (-1, 2)$ nel punto $(x, y) = (0, -\pi)$ è positiva o negativa;
- d) Stabilire se il punto $(x, y) = (\pi/2, 0)$ è un punto di massimo, di minimo, di sella, oppure nessuno dei precedenti.

Esercizio 5

Studiare il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \quad g(x) = x|x-1| \quad h(x) = \frac{|1+x|}{|1-x|}.$$