

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2023/2024

Prova scritta - Secondo appello (31-01-2024)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del secondo ordine $y'' = 1/x^2$.

2. Si calcoli l'integrale doppio $\iint_{\Omega} (x + y) dx dy$, dove $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = -xy^3, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Si determinino massimi e minimi della funzione $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$ in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2x(y + y^2)}{1 + x^2}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [6] Si trovi la soluzione del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 2y_2, \\ y_2' = 2y_1 + 3y_2, \end{cases}$$

con condizioni iniziali $(y_1(0), y_2(0)) = (1, 0)$.

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} \cos x$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq |x| - 1\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} (\cos x + \cos y) dx dy,$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq 3, |y - x| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 6. [6] Sia data la forma differenziale in \mathbb{R}^2

$$\omega = x e^y dx + x^2 y dy,$$

1. si discuta se la forma differenziale sia esatta;

2. si calcoli l'integrale di seconda specie $\oint_{\gamma} \omega$, dove γ è la circonferenza di raggio unitario con centro nell'origine, percorsa in senso antiorario.