

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2023/2024
Prova scritta - Quarto appello (17-06-2024)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del secondo ordine $y'' = \sin x - \cos x$.
2. Si calcoli l'integrale triplo $\iiint_{\Omega} z \, dx \, dy \, dz$, dove $\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq y \leq x \leq 1\}$.
3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 3x^2 y^3, \\ y(0) = -1. \end{cases}$
4. Si determinino massimi e minimi della funzione $f(x, y) = x^3 y + y$ in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y(y-1)}{x(x+1)(y+1)}, \\ y(1) = 2, \end{cases}$$

e si determini l'intervallo massimale per cui essa è definita.

ESERCIZIO 2. [6] Si trovi la soluzione del sistema di equazioni differenziali lineari in $\mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} y'_1 = 8y_1 + 4y_2, \\ y'_2 = -4y_1, \\ y_1(0) = y_2(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - y' - 6y = x^2 e^{3x} + x$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^4 + x^2 y^2 + y^2$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 5, |y| \leq 1 + x^2\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} xy^3 \, dx \, dy,$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq (1 - y^2)/2\}$.

ESERCIZIO 6. [6] Si calcoli l'integrale curvilineo di prima specie in $\mathbb{R}^2$

$$\int_{\gamma} f \, ds,$$

dove γ è l'arco di spirale $\gamma(t) = (t \sin t, t \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$, e $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2} \sqrt{1 + x^2 + y^2}$.
