

FM440 - Fisica Matematica

A.A. 2023/2024

Guido Gentile e Livia Corsi

(Programma definitivo)

1. Sistemi dinamici: proprietà qualitative generali

Esempi di sistemi dinamici: sistemi hamiltoniani integrabili, gatto di Arnold, equazione di Lorenz, applicazioni dell'intervallo. Sistemi dinamici topologici e sistemi dinamici metrici. Isomorfismi tra sistemi dinamici. Partizioni boreliane, partizioni topologiche e partizioni regolari. Storie e sequenze: partizioni separanti e applicazioni espansive. Moti simbolici e codici simbolici. Frequenze di visita e sequenze con frequenze definite

2. Ergodicità e punti ergodici

Frequenze di visita e rotazioni sul toro. Sequenze ergodiche e sequenze mescolanti. Teorema di Birkhoff. Sistemi dinamici ergodici e sistemi dinamici mescolanti. Esempi di sistemi dinamici mescolanti e di sistemi ergodici non mescolanti. Sequenze con frequenze indefinite e punti eccezionali. Distribuzioni: stazionarie, non stazionarie, ergodiche, mescolanti. Distribuzioni e misure di probabilità associate. Moti simbolici ergodici e punti ergodici. Esempi di sistemi dinamici mescolanti: processo di Bernoulli, schema di Bernoulli e trasformazione del fornaio. Teorema di Perron-Frobenius. Trasformazione a tenda e rappresentazione binaria.

3. Entropia e complessità

Complessità ed entropia di una sequenza Entropia della sequenza associata a un moto quasi-periodico. Entropia e coefficiente di espansione di un elemento di linea. Teorema di Shannon-McMillan. Entropia del processo di Bernoulli. Entropia ed entropia media di una distribuzione su sequenze simboliche

4. Pavimenti markoviani e sistemi di Anosov

Matrice di compatibilità. Pavimenti e pavimenti di Markov. Distribuzioni di probabilità per sistemi dinamici che ammettono un pavimento di Markov Grafici associati alle matrici di compatibilità. Classi e periodi associati alle matrici di compatibilità. Rappresentazione di un numero naturale sufficientemente grande come combinazione lineare di due numeri naturali coprimi assegnati. Matrici transitive mescolanti e mescolanti a blocchi Teorema di Perron-Frobenius per matrici transitive. Sistemi iperbolici regolari o sistemi di Anosov. Esempio del gatto di Arnold. Caratterizzazione dei sistemi di Anosov in termini di spazi tangenti. Hölder-continuità delle varietà stabili e instabili dei sistemi di Anosov S -rettangoli e pavimenti di Markov. Esistenza di pavimenti di

Markov per sistemi di Anosov. Pavimenti di Markov per il gatto di Arnold. Pavimenti generanti e non generanti. Probabilità condizionate in termini di dinamica simbolica. Coefficienti ed esponenti di contrazione e di espansione. Potenziali di contrazione e di espansione. Codifica della misura di volume in termini di dinamica simbolica per sistemi di Anosov bidimensionali.

5. Distribuzioni di Gibbs

Potenziali per la dinamica simbolica ed energia potenziale. Distribuzioni di Gibbs ed equazioni DLR. Esistenza delle distribuzioni di Gibbs. Unicità delle distribuzioni di Gibbs. Mescolamento delle distribuzioni di Gibbs. Distribuzioni di Gibbs su Z^+ . Applicazioni espansive sull'intervallo.

6. Proprietà delle distribuzioni di Gibbs

Funzione di partizione e pressione di un potenziale: esistenza, convessità e lipschitzianità della pressione. Piano tangente al grafico della pressione e legame con le distribuzioni di Gibbs. Complessità massima di una distribuzione rispetto a una funzione e definizione di misura SRB. Esistenza di una misura massimizzante ergodica nel caso di funzioni hölderiane. Esistenza della misura SRB per sistemi di Anosov. Formula di Pesin.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. GALLAVOTTI, F. BONETTO, G. GENTILE, *Aspects of Ergodic, Qualitative and Statistical Theory of Motion*. Springer (2004).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

L'esame consiste nello svolgimento di esercizi che sono proposti nel corso delle lezioni e in un successivo colloquio orale in cui si discute una tesina su un argomento a piacere.