

Matematica I (CdL in Scienze Geologiche)

Anno Accademico 2023-2024

Prova scritta - Recupero del primo esonero (01-02-2024)

ESERCIZIO 1. [5] Si considerino gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq |x| - 1\}.$$

Si determinino $A \cup B$ e $A \cap B$ e si disegnino i quattro insiemi.

ESERCIZIO 2. [5] Si considerino gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq 3\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y - x| \leq 1\}.$$

Si determinino $A \cup B$ e $A \cap B$ e si disegnino i quattro insiemi.

ESERCIZIO 3. [5] Si studi il dominio delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{\ln(\ln x)}{\ln(1+x)}, \quad g(x) = \sqrt{(x^3 - 1)(x - 3)}.$$

ESERCIZIO 4. [5] Si studi il dominio delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln(4e^x - e^{-x}), \quad g(x) = (x^4 - 16)^{1/3} (x^3 - 1)^{1/4}.$$

ESERCIZIO 5. [5] Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\operatorname{tg} x)^2 \ln(1 + \sin x)}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x^2} - \cos(2x)}{e^{2x^4} - \cos(2x^2)}.$$

ESERCIZIO 6. [5] Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(1-x)(1+2x)} - \sqrt{(1-2x)(1+3x)}}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(1-x^3)(x^4 - x^3 + 4x)}{(x^2 - x^5 + 1)(x+1)^3(x-6)}.$$

ESERCIZIO 7. [5] Si studi la continuità, nel loro dominio di definizione, delle seguenti due funzioni:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x + \sqrt{x} - x^2, & x \geq 0, \\ e^x + x^3, & x < 0, \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 1|}{x + 1}, & x \geq 0, \\ e^{-2x^2}(e^{x^2} - 1), & x < 0. \end{cases}$$

ESERCIZIO 8. [5] Si considerino le funzioni

$$f(x) = \ln x, \quad g(x) = 1 + x + x^2, \quad h(x) = \sqrt{(x+1)(x-1)}.$$

Si determinino le funzioni che si ottengono come composizioni

$$f_1 = f \circ g \circ h, \quad f_2 = h \circ g \circ f,$$

e se ne studino i rispettivi domini.
