

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2024/2025

Prova scritta - Primo appello (29-01-2025)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine $y' = y + e^x$.

2. Si calcoli l'integrale triplo $\iiint_{\Omega} xz \, dx dy dz$, dove $\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq y \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 2xy - y, \\ y(0) = -1. \end{cases}$

4. Si determinino massimi e minimi di $f(x, y) = x^2 - xy - 2x + 2y$ nell'insieme $D = [0, 1] \times [0, 1]$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{xy \log y}{1 + x^2 + \sqrt{1 + x^2}}, \\ y(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [6] Si calcoli l'esponenziale della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

e si usi il risultato per trovare la soluzione del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = 8y_1 + 3y_2, \\ y_1(0) = 0, \quad y_2(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - y' = x^2 + xe^{2x}$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 2y^2$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq |x| - 1\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} xy \, dx \, dy,$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9, (x + 4)^2 + y^2 \geq 25, y \geq 0\}$.

ESERCIZIO 6. [6] Si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie $\int_{\gamma} \omega$, dove

$$\omega = (2x + y^3)dx + (3xy^2 + 4y^3)dy, \quad \gamma(t) = (t + \sin(2\pi t), t + \sin(2\pi t) \cos(2\pi t)), \quad t \in [0, 1].$$