

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2024/2025

Prova scritta - Secondo appello (17-02-2025)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine $y' = 2x + x^2$.

 2. Si calcoli l'integrale doppio $\iint_{\Omega} x \, dx \, dy$, dove $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x \leq 1\}$.

 3. Si risolva il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = xy, \\ y(1) = -e. \end{cases}$$

 4. Si determinino massimi e minimi di $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x$ in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$.
-
-

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (\sin x)^2 (\sin y)^2, \\ y(0) = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [6] Si calcoli l'esponenziale della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

e si usi il risultato per trovare la soluzione del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y'_1 = y_1 + 2y_2, \\ y'_2 = 2y_1 + y_2, \\ y_1(0) = y_2(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. [6] Si trovi la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - 4y' + 8y = 8x + 2e^{2x} \sin x \cos x$.

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{1 + x^2 + y^2}$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, |y| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} xy^2 e^{\sqrt{x^2+y^2}} \, dx \, dy, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, |y| \leq x\}.$$

ESERCIZIO 6. [6] Si calcoli l'integrale curvilineo di prima specie

$$\oint_{\gamma} x^2 y \, ds, \quad \gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3,$$

dove γ_1 è l'arco di circonferenza di raggio 2 e centro in $(0, 0)$ che unisce in senso orario il punto $P_1 = (-2, 0)$ al punto $P_2 = (2, 0)$, γ_2 è il segmento che unisce P_2 al punto $P_3 = (0, -2)$ e γ_3 è l'arco di circonferenza di raggio 2 e centro in $(-2, -2)$ che unisce in senso antiorario da P_3 a P_1 .
