

**Analisi Matematica per le Applicazioni**  
**CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2024/2025**

Prova scritta - Secondo appello (17-02-2025)

**ESERCIZIO 0.** [4\*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine  $y' = 2x + x^2$ .

---

2. Si calcoli l'integrale doppio  $\iint_{\Omega} x \, dx \, dy$ , dove  $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x \leq 1\}$ .

---

3. Si risolva il problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = xy, \\ y(1) = -e. \end{cases}$

---

4. Si determinino massimi e minimi di  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x$  in  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$ .

---

**ESERCIZIO 1.** [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (\sin x)^2 (\sin y)^2, \\ y(0) = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

**ESERCIZIO 2.** [6] Si calcoli l'esponenziale della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

e si usi il risultato per trovare la soluzione del sistema di equazioni differenziali lineari in  $\mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} y'_1 = y_1 + 2y_2, \\ y'_2 = 2y_1 + y_2, \\ y_1(0) = y_2(0) = 1. \end{cases}$$

**ESERCIZIO 3.** [6] Si trovi la soluzione generale dell'equazione differenziale  $y'' - 4y' + 8y = 8x + 2e^{2x} \sin x \cos x$ .

**ESERCIZIO 4.** [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{1 + x^2 + y^2}$$

nell'insieme  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, |y| \leq 1\}$ .

**ESERCIZIO 5.** [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} xy^2 e^{\sqrt{x^2+y^2}} \, dx \, dy, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, |y| \leq x\}.$$

**ESERCIZIO 6.** [6] Si calcoli l'integrale curvilineo di prima specie

$$\oint_{\gamma} x^2 y \, ds, \quad \gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3,$$

dove  $\gamma_1$  è l'arco di circonferenza di raggio 2 e centro in  $(0, 0)$  che unisce in senso orario il punto  $P_1 = (-2, 0)$  al punto  $P_2 = (2, 0)$ ,  $\gamma_2$  è il segmento che unisce  $P_2$  al punto  $P_3 = (0, -2)$  e  $\gamma_3$  è l'arco di circonferenza di raggio 2 e centro in  $(-2, -2)$  che unisce in senso antiorario da  $P_3$  a  $P_1$ .