

Analisi Matematica per le Applicazioni
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2024/2025

Prova scritta - Terzo appello (23-04-2025)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale del secondo ordine $y'' = \log x$.

2. Si calcoli l'integrale triplo $\iiint_{\Omega} \frac{z}{x} dx dy dz$, dove $\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq y \leq x \leq 1\}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x^2 y^2, \\ y(0) = -3. \end{cases}$

4. Si determinino massimi e minimi di $f(x, y) = x^2 - y^2$ nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

ESERCIZIO 1. [6] Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = x + \sin x + \cos x, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. [6] Si trovi la soluzione del sistema di equazioni differenziali lineari in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} y_1' = 6y_1 + 2y_2, \\ y_2' = -2y_1 + 2y_2, \\ y_1(0) = 0, \quad y_2(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^x}.$$

ESERCIZIO 4. [6] Si determinino massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^2 y^2 - x^2 - y^2$$

nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 1 + x^2\}$.

ESERCIZIO 5. [6] Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} e^{2x} y \sin(x + y) dx dy,$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - y| \leq 1, |x + y| \leq 1\}$.

ESERCIZIO 6. [6] La retta $y = x$ e la parabola $y = x^2$ dividono il piano xy in 5 insiemi disgiunti, di cui uno limitato: sia γ la sua frontiera. Si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\int_{\gamma} \omega, \quad \omega = (y^2 + e^{\sqrt{x}})dx + (x^2 + \cos y)dy,$$

dove la curva γ è percorsa in senso antiorario.