

Analisi Matematica per le Applicazioni - Analisi Matematica II

CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2025/2026

Prova scritta - Secondo appello (03-02-2026)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del secondo ordine $y'' + y' + 1 = 0$.

2. Si disegni il dominio $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 \leq y \leq 2(1 - x^2)\}$ e si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} dx dy.$$

3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} yy' = x, \\ y(0) = -1. \end{cases}$

4. Si calcoli l'integrale curvilineo di prima specie

$$\int_{\gamma} f \, ds, \quad f(x, y) = 1 + x + x^2 \sqrt{x^2 + y^2},$$

dove γ è l'arco della circonferenza $x^2 + y^2 = 4$ contenuto nel semipiano $y \geq 0$.

ESERCIZIO 1. [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{x^2(y^3 + x^3)}{y^2(1 + x^3)}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$

ESERCIZIO 2. [6] Si calcoli l'esponenziale della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

e si usi il risultato per risolvere il sistema di equazioni differenziali lineari in $\mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} y_1' = 4y_1 + 2y_2, \\ y_2' = y_1 + 3y_2, \end{cases}$$

con condizioni iniziali $y_1(0) = 1, y_2(0) = 1$.

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x} \sin x$.

ESERCIZIO 4. [6] Si disegni il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \leq 1\}$ e si determinino i massimi e minimi che assume in D la funzione

$$f(x, y) = x^2 + xy - 2y^2.$$

ESERCIZIO 5. [6] Si disegni il dominio $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x + y| \leq 1, |x - y| < 1\}$ e si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} |xy| \, dx dy.$$

ESERCIZIO 6. [6] Si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\int_{\gamma} \omega, \quad \omega = \left(\frac{xy}{x^2 + 1} - \frac{xy^2}{(1 + x^2 y^2)^2} \right) dx + \left(\frac{xy}{x^2 + 1} - \frac{x^2 y}{(1 + x^2 y^2)^2} \right) dy,$$

dove γ è la curva cartesiana orientata il cui sostegno è il grafico della funzione $f(t) = t(t^2 - 2)$, con $t \in [-2, 2]$.
