Analisi Matematica per le Applicazioni - Analisi Matematica II
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2025/2026

Prova scritta - Terzo appello (23-04-2026)

<u>Esercizio 0.</u> [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del primo ordine $y' = -2xy + 2x$.

2. Si disegni il dominio $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 \le y \le 1 + x^2\}$ e si calcoli l'integrale doppio $\displaystyle\iint_\Omega \frac{\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{1+x^2}$.

3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' = y + x^2, \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

4. Si disegni il dominio $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1\}$ e si determinino massimi e di minimi in Ω della funzione
$$f(x, y) = \frac{1 + x^2}{1 + y^2}.$$

<u>Esercizio 1.</u> [6] Si trovi la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \dfrac{(2x + 1)(y^2 - y - 2)}{x^2 + x + 1}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

<u>Esercizio 2.</u> [6] Si calcoli l'esponenziale della matrice
$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$
e si usi il risultato per risolvere il sistema di equazioni differenziali lineari in $\mathbb{R}^3$
$$\begin{cases} y_1' = 5y_1 - 2y_2, \\ y_2' = 2y_1 + y_2, \\ y_3' = y_1 + y_2 + 3y_3, \end{cases}$$
con condizioni iniziali $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 2$, $y_3(0) = 3$.

<u>Esercizio 3.</u> [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $x^2y'' - xy' + 5y = x \log x$.

<u>Esercizio 4.</u> [6] Si disegni il dominio $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \le 1, |y| \le 1\}$ e si determinino massimi e di minimi in Ω della funzione
$$f(x, y) = \frac{1}{4}x^4 - y^3x + \frac{3}{4}y^4.$$

<u>Esercizio 5.</u> [6] Si disegni il dominio $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \ge 0, 1 \le x^2 + y^2 \le 4\}$ e si calcoli l'integrale doppio
$$\iint_\Omega \left(x^2 + y^3\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

<u>Esercizio 6.</u> [6] Si calcolino gli integrali curvilinei di seconda specie
$$\int_\gamma \mathrm{d}\omega_1, \qquad \omega_1 = xy^2\mathrm{d}x + yx^2\mathrm{d}y, \qquad\qquad \int_\gamma \mathrm{d}\omega_2, \qquad \omega_2 = x\,\mathrm{d}y + x\,\mathrm{d}x,$$
dove γ è la curva orientata $\gamma(t) = (t, t + \sin 2\pi t)$, $t \in [0, 1]$.

---

[*] Per superare lo scritto si devono conseguire almeno 3 punti nell'esercizio 0 e almeno 18 punti in totale (esercizio 0 incluso).