Analisi Matematica per le Applicazioni - Analisi Matematica II
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2025/2026

Prova scritta - Quarto appello (12-06-2026)

<u>Esercizio 0.</u> [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione del secondo ordine $y'' + 2y' + y = x^2 + 2x + 1$.

2. Si disegni il dominio $\Omega := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \pi,\ |y| \le \sin x\}$ e si calcoli l'integrale doppio $\iint_\Omega \mathrm{d}x\mathrm{d}y\, x$.

3. Si disegni il dominio $\Omega := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \ge 0,\ y \ge 0,\ x^2 + y^2 \le 1\}$ e si determinino massimi e minimi in Ω della funzione
$$f(x,y) = (x-y)^2(x+y)^2.$$

4. Sia γ l'arco di circonferenza di raggio $r = 1$ e centro in $(0,1)$ che, nel piano xy, collega in senso orario l'origine $(0,0)$ al punto $(1,1)$. Si disegni la curva γ e si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie
$$\int_\gamma \omega, \qquad \omega = xy^2\mathrm{d}x + yx^2\mathrm{d}y.$$

<u>Esercizio 1.</u> [6] Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 2xy\log y, \\ y(0) = e. \end{cases}$

<u>Esercizio 2.</u> [6] Si calcoli l'esponenziale della matrice
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$
e si usi il risultato per risolvere il sistema di equazioni differenziali lineari in $\mathbb{R}^3$
$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2, \\ y_2' = 3y_1 + 3y_2, \\ y_3' = 2y_1 + 2y_2, \end{cases}$$
con condizioni iniziali $y_1(0) = 3$, $y_2(0) = 1$, $y_3(0) = 2$.

<u>Esercizio 3.</u> [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - 2y' + 5y = e^x(x\cos x + \sin x)$.

<u>Esercizio 4.</u> [6] Si disegni il dominio $\Omega := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \le 1,\ |y-x| \le 1\}$ e si determinino massimi e di minimi in Ω della funzione
$$f(x,y) = \frac{x^2 - x + y^2}{1 + 3x^2}.$$

<u>Esercizio 5.</u> [6] Si disegni il dominio $\Omega := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \ge 0,\ x^4 \le y^2 \le 2 - x^2\right\}$ e si calcoli l'integrale doppio
$$\iint_\Omega \left(yx^2 + y^3x^5\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

<u>Esercizio 6.</u> [6] Si considerino la funzione $f(x,y) = y\sqrt{x+1}$ e la curva $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$, dove
$$\gamma_1(t) = (t,t),\ t \in [-1,1], \qquad \gamma_2(t) = \left(\frac{(t+1)^2}{4}, t\right),\ t \in [-1,1] \qquad \gamma_3(t) = (t,-1),\ t \in [-1,0].$$
Si disegni la curva γ e si calcoli l'integrale curvilineo di prima specie $\int_\gamma f\,\mathrm{d}s$.

**Per superare lo scritto si devono conseguire almeno 3 punti nell'esercizio 0 e almeno 18 punti in totale (esercizio 0 incluso).*