

Analisi Matematica per le Applicazioni - Analisi Matematica II

CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2025/2026

Prova scritta - Quinto appello (06-07-2026)

ESERCIZIO 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale del primo ordine $y' = \frac{y}{x} + x^2$.

2. Si disegni il dominio $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 - 1 \leq y \leq x(1 - x^2)\}$ e si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} 3y^2 \, dx \, dy.$$

3. Si disegni il dominio $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$ e si determinino massimi e di minimi in Ω della funzione

$$f(x, y) = x^3 y^3.$$

4. Sia γ la circonferenza di raggio $r = 1$ e centro nell'origine, percorsa in senso antiorario. Si disegni la curva γ e si calcoli l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\int_{\gamma} \omega, \quad \omega = yx^2 dx - xy^2 dy.$$

ESERCIZIO 1. [6] Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{4 \sin^2 x \cos^2 x}{y \sqrt{3 + y^2}}, \\ y(0) = -1. \end{cases}$

ESERCIZIO 2. [6] Si calcoli la soluzione generale dell'equazione differenziale del primo ordine

$$y' = 3x^2 y + x^2 (x^3 + 2)^2.$$

ESERCIZIO 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - 2y' + y = e^x \log x$.

ESERCIZIO 4. [6] Si disegni il dominio $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, x^2 + y^2 \leq 2\}$ e si determinino massimi e di minimi in Ω della funzione

$$f(x, y) = (x - y^2)^2.$$

ESERCIZIO 5. [6] Si disegni il dominio $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq (1 - |x|)^2\}$ e si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x^2 |y| \, dx \, dy.$$

ESERCIZIO 6. [6] Si disegni la curva $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \gamma_5$, dove

$$\begin{aligned} \gamma_1(t) &= (t, 0), \quad t \in [1, 2], & \gamma_2(t) &= (t, 2 - t), \quad t \in [0, 2], & \gamma_3(t) &= (t, 2 + t), \quad t \in [-2, 0], \\ \gamma_4(t) &= (t, 0), \quad t \in [-2, -1], & \gamma_5(t) &= (\cos t, \sin t), \quad t \in [0, \pi], \end{aligned}$$

e si calcoli l'integrale di prima specie $\int_{\gamma} f \, ds$, dove $f(x, y) = e^x xy$.

*Per superare lo scritto si devono conseguire almeno 3 punti nell'esercizio 0 e almeno 18 punti in totale (esercizio 0 incluso).