Analisi Matematica per le Applicazioni – Analisi Matematica II
CdL in Ingegneria Meccanica – Anno Accademico 2025/2026

Prova scritta - Appello Straordinario (13-11-2026)

Esercizio 0. [4*]

1. Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale del secondo ordine $y'' = xe^x$.

---

2. Si disegni l'insieme $\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le y \le 1-|x|\}$ e si calcoli l'integrale doppio $\iint_\Omega y(1-|x|)^2 \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

---

3. Si risolva il problema di Cauchy $\begin{cases} xy' = y^2, \\ y(1) = -1. \end{cases}$

---

4. Si determinino massimi e minimi della funzione $f(x, y) = \dfrac{x^2+1}{y^2+1}$ in $D = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1\big\}$.

Esercizio 1. [6] Si determini la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \dfrac{y(1+\log x)}{1+x\log x}, \\ y(1) = -1. \end{cases}$

Esercizio 2. [6] Si calcoli l'esponenziale della matrice Ax, dove

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \qquad x \in \mathbb{R},$$

e si utilizzi il risultato per risolvere il sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + y_2, \\ y_2' = -y_1 + 5y_2, \\ y_1(0) = 2, \quad y_2(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 3. [6] Si determini la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - 3y' - 4y = e^{2x}\cos x$.

Esercizio 4. [6] Si disegni l'insieme $D = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \le 2,\ |y| \le 2,\ |xy| \le 1\big\}$ e si determinino massimi e minimi in D della funzione

$$f(x, y) = 3x^2 - 2x^3y + y^2.$$

Esercizio 5. [6] Si calcoli l'integrale triplo

$$\iiint_\Omega x^3 e^{x(y-z)} \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z, \qquad \Omega = \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le x,\ 0 \le z \le x\big\}.$$

Esercizio 6. [6] Sia γ l'arco di spirale $\gamma(t) = (t\sin t, t\cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$. Si disegni γ e si calcoli l'integrale curvilineo di prima specie in $\mathbb{R}^2$

$$\int_\gamma f \, \mathrm{d}s, \qquad f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}\sqrt{1+x^2+y^2}.$$
