Corso di Analisi 1 per Ingegneria Biomedica

Esame scritto, sessione invernale (A), 19 gennaio 2026

Regolamento: l'esercizio 0 è di sbarramento: dovete rispondere correttamente ad almeno 2 domande su 3, altrimenti il compito verrà considerato automaticamente insufficiente e non proseguiremo nella correzione. Avrete 3 ore a disposizione. Non potrete avere a disposizione né calcolatrice né nessun tipo di dispositivo elettronico. Se qualcuno verrà trovato con un dispositivo elettronico in tasca, sul banco etc, anche se inutilizzato, gli/le verrà annullato il compito. Potrete avere con voi un formulario preparato da voi con l'elenco dei risultati che possono servirvi. Non c'è un vincolo di pagine al formulario, ma non potete inserire esercizi già svolti.

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

Esercizio	Punteggio totale	Punteggio ricevuto
0	3	
1	4	
2	5	
3	6	
4	6 + 3	
5	4	
6	5	
Totale	33 + 3	

0. Esercizio di sbarramento

- A quale numero intero è uguale $3^5 \cdot 27^{-2} \cdot \log_{10}(1\,000\,000)$?
- Determinare il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + 4$
- Si calcoli $\lim_{x\to 0} x^2 \sin(\frac{1}{x})$

1. Si consideri la funzione $f(x) = e^{\sqrt{\ln x}}$.

- Si determini il dominio D di f.
- Si determini l'immagine I del dominio D di f.
- Si stabilisca se $f : D \to I$ è invertibile; se sì, se ne calcoli l'inversa $f^{-1} : I \to D$; se no, si determini $D' \subset D$ tale che la restrizione di f a D' sia invertibile, e si calcoli l'inversa di tale restrizione.

2. Si stabilisca il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 e^{-n}$$

dimostrando se è convergente, divergente o indeterminata.

3. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - \frac{8}{x}}$. Dopo averne:

- determinato il dominio;
- studiato il segno;
- identificato il comportamento ai bordi del dominio e eventuali asintoti orizzontali, verticali od obliqui;
- studiato il segno della derivata prima e identificato eventuali punti di massimo/minimo relativo;
- studiato il segno della derivata seconda, identificato eventuali punti di flesso e le regioni in cui $f(x)$ è convessa o concava;

se ne disegni il grafico.

4. Si calcolino due dei tre seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x-\sin(x)} - 1}{e^x - x - \cos(x) - x^2}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{n^3 - 3^n}{n^n - e^{(\ln n)^2}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1 - x^2 + x^3}}{\sqrt{1+x^2} - 1 - x}$$

[**Facoltativo.**] Si calcoli il terzo limite.

5. Si calcoli il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando la regione finita A del piano $x\,y$ contenuta nel semipiano destro $x \geq 0$ e delimitata dalle curve $y = \sqrt{x}$ e $y = 2$ (in formule: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 4,\ \sqrt{x} \leq y \leq 2\}$) attorno all'asse y.

6. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1+\ln x}{4x - x(\ln x)^2}$.

- Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)\,dx$.
- Si stabilisca se l'integrale improprio $\int_1^{e^2} f(x)\,dx$ esiste e, in caso, se è finito o no. In caso esista, lo si calcoli.