Esercizi - sesta settimana (27 - 31 ottobre 2025)
Corso di Analisi 1 per Ingegneria Biomedica

1. Si stabilisca se le seguenti funzioni sono continue in 0 e, se no, discutere che tipo di discontinuità esibiscono:

$$f_1(x) = \begin{cases} 1-\cos(1/x^2) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \qquad f_2(x) = \begin{cases} \arctan(1/x) & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases},$$

$$f_3(x) = \begin{cases} x \ln|x| & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \qquad f_4(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x^2) - 1 & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases},$$

$$f_5(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sqrt{x^2+x^3}} - e^{-x^2}}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \qquad f_6(x) = \begin{cases} \frac{\ln(e^{x^2}+x^2)}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases},$$

2. Determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ tali che la seguente funzione $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ è continua

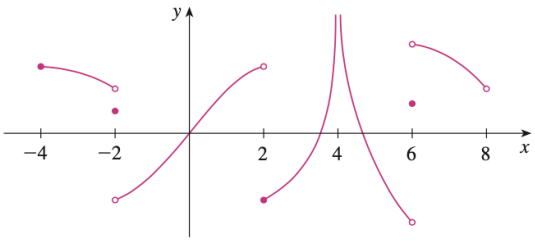
$$f(x) = \begin{cases} x^a \sin^4(x) & x \in (0, 1] \\ 0 & x = 0 \\ |x|^b \ln(2+x) & x \in [-1, 0) \end{cases}$$

3. Un monaco tibetano parte alle 7 del mattino dal suo monastero e raggiunge la cima della montagna alle 7 di sera: si accampa e trascorre la notte a meditare. Il giorno dopo riparte alle 7 del mattino e torna al monastero alle 7 di sera, percorrendo lo stesso cammino dell'andata. Dimostrare che esiste un punto lungo il cammino che il monaco attraversa esattamente alla stessa ora nei due giorni.

4. Dimostrare che le seguenti equazioni ammettono una soluzione nell'intervallo di riferimento.

1. $x^2 - x = \frac{1}{x}$ per $x \in (1, 5)$
2. $\ln(x) = -x^3$ per $x \in (0, +\infty)$
3. $e^x = x^2 - 1$ per $x \in \mathbb{R}$
4. $x^2 + 10\sin(x) = 1000$ per $x \in \mathbb{R}$

5. Il grafico di una funzione f è dato in figura.



1. Determinarne il dominio.
2. Identificare eventuali punti di discontinuità e classificarli.